GPS-AUSWERTETECHNIKEN

M. Rothacher, S. Schaer

Astronomisches Institut
Universität Bern
Sidlerstrasse 5
3012 Bern
Schweiz

1 Einleitung

Seit den ersten Auswertungen von GPS-Beobachtungen haben sich neben der Verbesserung der Empfängertechnologie zwei wesentliche Veränderungen vollzogen: die GPS-Konstellation ist nun vollständig und am 1. Januar 1994 hat der IGS (International GPS Service for Geodynamics) seinen offiziellen Betrieb aufgenommen. Letzteres hat zur Folge, dass für nicht-echtzeit Auswertungen GPS-Bahnen von so guter Qualität zur Verfügung stehen, dass bei der Verarbeitung (sogar von sehr langen Basislinien) der Einfluss von verbleibenden Bahnfehlern auf die Bestimmung von Empfängerkoordinaten unbedeutend geworden ist. Ersteres, die vollständige Satellitenkonstellation und damit die Sichtbarkeit von 5-10 Satelliten rund um die Uhr, hat dazu geführt, dass die troposphärische und ionosphärische Refraktion, die wichtigsten noch verbleibenden Fehlerquellen, nicht nur durch Modellierung, sondern vermehrt auch durch Schätzen von Parametern erfasst werden können.
Nach Einführung der Beobachtungsgleichungen und der wichtigsten Linearkombinationen der GPS-Messungen werden wir deshalb diese zwei atmosphärischen Effekte näher beleuchten.
Schliesslich ist für die Steigerung der Genauigkeit, insbesondere bei kurzen Messzeiten, das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten (Ambiguity Resolution) von ausschlaggebender Bedeutung. Aktuelle Strategien für das Auflösen der Mehrdeutigkeiten sowohl bei kurzen Basislinien (< 20 km) und äusserst kurzen Beobachtungszeiten (typischerweise einige Minuten) wie auch bei langen Basislinien (20 - 2000 km) und langen Beobachtungszeiten (typischerweise 24 Stunden) werden am Schluss dieses Beitrages behandelt.

2 Beobachtungsgleichungen und Linearkombinationen

Die Beobachtungsgleichungen für die GPS P-Code oder C/A-Code-Messungen und die Phasenmessungen der beiden Frequenzen L_1 und L_2 lassen sich gemäss [Rothacher, 1992] für den Empfänger R, den Satelliten S und die Frequenz i schreiben als

$$P^S_{R,i} + v^S_{R,i} = \rho^S_R + \Delta\rho^S_{R,ion,i} + \Delta\rho^S_{R,trop} + \Delta\rho^S_{R,rel} + c \cdot \Delta t_R - c \cdot \Delta t^S \qquad (1)$$

und

$$L^S_{R,i} + v^S_{R,i} = \rho^S_R - \Delta\rho^S_{R,ion,i} + \Delta\rho^S_{R,trop} + \Delta\rho^S_{R,rel} + c \cdot \Delta t_R - c \cdot \Delta t^S + \lambda_i \cdot N^S_{R,i} \qquad (2)$$

wobei

$P^S_{R,i}, L^S_{R,i}, v^S_{R,i}$ Code- resp. Phasenmessung und Residuum der Frequenz i, (i=1,2)

Beitrag zum 34. DVW-Seminar an der Universität Karlsruhe vom 5.-7. Oktober 1994

ρ_R^S	Distanz Satellit-Empfänger
$\Delta\rho_{R,ion,i}^S$	Ionosphärische Korrektur der Frequenz i
$\Delta\rho_{R,trop,i}^S$	Troposphärische Korrektur
$\Delta\rho_{R,rel}^S$	Periodisch-relativistische Korrektur
$\Delta t_R,\ \Delta t^S$	Empfänger- und Satellitenuhrkorrektur
$N_{R,i}^S$	Phasenmehrdeutigkeit der Frequenz i
$\lambda_i,\ c$	Wellenlänge des Signals L_i und Lichtgeschwindigkeit.

Durch das Bilden von Doppeldifferenzen werden die Empfänger- und Satellitenuhrfehler fast vollständig eliminiert. Die Voraussetzungen allerdings sind:

- Die Empfängeruhrkorrekturen gegenüber GPS-Zeit müssen auf 1 Mikrosekunde genau bekannt sein. (Bei einer Satellitengeschwindigkeit von ca. 1 km/s relativ zum Empfänger ergibt ein Zeitfehler von 1 Mikrosekunde einen Ephemeridenfehler von 1 mm).
- Die zwei Empfänger müssen wegen SA (Selective Availablility: Verfälschung der Satellitenuhrfrequenzen) gegenseitig auf ca. 1 Millisekunde synchronisiert sein.

Wir wollen kurz die noch verbleibenden Fehlerquellen betrachten. Der Term ρ_R^S in den Gleichungen (1) und (2) enthält neben den zu bestimmenden Empfängerkoordinaten auch die Koordinaten des Satelliten. Da heute dank des IGS (International GPS Service for Geodynamics, [Beutler et al., 1994]) GPS-Bahnen von ausgezeichneter Qualität zur Verfügung stehen (im Mittel ca. 10 cm), ist diese Fehlerquelle unbedeutend geworden. Die relativistische Korrektur $\Delta\rho_{R,rel}^S$ kann problemlos modelliert werden, so dass als Hauptfehlereinflüsse noch die troposphärische und ionosphärische Refraktion übrig bleiben. Daneben hängt die mit GPS zu erreichende Genauigkeit, insbesondere für kurze Messzeiten, sehr stark davon ab, ob es gelingt die Phasenmehrdeutigkeiten $N_{R,i}^S$ zu lösen.
Vereinfacht lassen sich die Beobachtungsgleichungen der Code- (P_1, P_2) und Phasenmessungen (L_1,L_2) wie folgt schreiben, wobei der Term ρ' sowohl die Distanz Empfänger-Satellit wie auch die troposphärische und relativistische Korrektur enthalten soll und die Indices R und S sowie die Residuen weggelassen wurden:

$$L_1 = \rho' + I_1 + \lambda_1 \cdot N_1 \tag{3a}$$
$$L_2 = \rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} \cdot I_1 + \lambda_2 \cdot N_2 \tag{3b}$$
$$P_1 = \rho' - I_1 \tag{3c}$$
$$P_2 = \rho' - \frac{f_1^2}{f_2^2} \cdot I_1 \tag{3d}$$

wobei f_1 und f_2 die zwei GPS-Frequenzen bezeichnen.
Aus den Originalphasenmessungen L_1 und L_2 lassen sich (unter anderem) 5 Linearkombinationen der Form

$$L_i = \kappa_{i1} \cdot L_1 + \kappa_{i2} \cdot L_2 \tag{4}$$

bilden ($i = 1, .., 5$). Neben den Originalphasenmessungen L_1 und L_2 sind es:

Wide-Lane Linearkombination L_5:

$$L_5 = \frac{f_1}{f_1 - f_2} \cdot L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \cdot L_2 = \rho' - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 - f_2} \cdot I_1 + \lambda_5 \cdot N_5 \tag{5}$$

mit $N_5 = N_1 - N_2$, $\lambda_5 = c \,/\, (f_1 - f_2) \approx 86\, cm$.

Ionosphären-freie Linearkombination L_3:

$$L_3 = \kappa_{31} \cdot L_1 + \kappa_{32} \cdot L_2 = \rho' + \kappa_{31} \cdot \lambda_1 \cdot N_1 + \kappa_{32} \cdot \lambda_2 \cdot N_2 \tag{6}$$

mit $\kappa_{31} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$, $\kappa_{32} = \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$.

Bei bekannter Wide-lane Ambiguity $N_5 = N_1 - N_2$ ergibt sich daraus die sogenannte Narrow-lane

$$L_3 = \rho' + (\kappa_{31} \cdot \lambda_1 + \kappa_{32} \cdot \lambda_2) \cdot N_1 - \kappa_{32} \cdot \lambda_2 \cdot N_5 \tag{7}$$

mit

$$\lambda_3 = \kappa_{31} \cdot \lambda_1 + \kappa_{32} \cdot \lambda_2 \approx 10.7\, cm. \tag{8}$$

Geometrie-freie Linearkombination L_4:

$$L_4 = L_1 - L_2 = (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \cdot I_1 + \lambda_1 \cdot N_1 - \lambda_2 \cdot N_2 \tag{9}$$

Die wesentlichsten Grössen im Zusammenhang mit diesen Linearkombinationen sind in Tabelle 1 zusammengefasst, so auch der Einfluss verschiedener systematischer Fehler und der zufälligen Fehler unter der Annahme, dass das Messrauschen in Metern für L_1 und L_2 gleich hoch sei. Ein Pluszeichen (+) in der Kolonne „LC“ symbolisiert die Einführung bekannter Wide-lane Ambiguities N_5. L_5' und L_5'' sind Wide-lane Linearkombinationen, die gebildet werden müssen, wenn L_2' nur mit halber Wellenlänge (12.2 cm) verfügbar ist. Dabei ist die L_5'- der L_5''-Linearkombination unbedingt vorzuziehen.
Von den vielen möglichen Linearkombinationen der Code- und der Phasenmessungen wollen wir hier nur die für das Lösen der Wide-lane Ambiguities wichtige Melbourne-Wübbena Linearkombination W_5 erwähnen ([Melbourne, 1985] und [Wübbena, 1985]):

$$W_5 = \frac{f_1}{f_1 - f_2} \cdot L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \cdot L_2 + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \cdot P_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \cdot P_2 = \lambda_5 \cdot N_5 \tag{10}$$

Man kann zeigen, dass die Linearkombinationen L_5 und W_5 unter bestimmten Voraussetzungen (ganzzahlige Mehrdeutigkeiten, kleines Rauschen, kleiner Ionosphäreneinfluss) optimal sind [Mervart, 1994].
Die Hauptanwendungsbereiche der verschiedenen Linearkombinationen sind:

L_1, L_2 Koordinatenbestimmung in lokalen Netzen (< 20 km)

L_3 Koordinatenbestimmung in regionalen und globalen Netzen (> 20 km)

LC	λ	κ_{L1}	κ_{L2}	*Geometrie:* Troposphäre, Bahnen		*Ionosphäre:* [TECU]		Rauschen	
						6.05	1.15		
	[m]	[m/m]	[m/m]	[m]	[cycles]	[m]	[cycles]	[m]	[cycles]
L_1	0.190	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
L_2	0.244	0.00	1.00	1.00	0.78	1.65	1.28	1.00	0.78
L_2'	0.122	0.00	1.00	1.00	1.56	1.65	2.57	1.00	1.56
L_3	—	2.55	−1.55	1.00	—	0.00	—	2.98	—
$L_3 + N_5\,(N_5')$	0.107	2.55	−1.55	1.00	1.78	0.00	0.00	2.98	5.30
$L_3 + N_5''$	0.296	2.55	−1.55	1.00	0.64	0.00	0.00	2.98	1.92
L_4	—	1.00	−1.00	0.00	—	−0.65	—	1.41	—
$L_4 + N_5\,(N_5')$	−0.054	1.00	−1.00	0.00	0.00	−0.65	2.28	1.41	4.99
$L_4 + N_5''$	0.068	1.00	−1.00	0.00	0.00	−0.65	−1.81	1.41	3.95
L_5	0.862	4.53	−3.53	1.00	0.22	−1.28	−0.28	5.74	1.27
L_5'	0.431	4.53	−3.53	1.00	0.44	−1.28	−0.57	5.74	2.54
L_5''	−0.341	−1.79	2.79	1.00	−0.56	2.81	−1.57	3.32	1.85

Tabelle 1: Einfluss verschiedener Fehlerquellen auf die Linearkombinationen von L_1- und L_2-Phasenobservablen.

L_4 Bestimmung von Ionosphärenmodellen

L_5, W_5 Lösen der N_5-Mehrdeutigkeiten

Neben den hier explizit angegebenen Linearkombinationen gibt es weitere, die verwendet werden um beispielsweise die Stärke des Code-Multipath zu bestimmen.
Schliesslich sei noch erwähnt, dass durch das Schätzen von *stochastischen Ionosphärenparametern (SIP)* stufenlos von L_1/L_2 nach L_3 gewechselt werden kann [Schaer, 1994]. Dabei wird wie folgt vorgegangen:

- L_1- und L_2-Phasenbeobachtungen werden gleichzeitig in die Ausgleichung eingeführt.
- Für jeden Satellit wird pro Epoche ein Ionosphärenparameter aufgesetzt.
- Die Ionosphärenparameter werden mit a priori Gewichten versehen. Die Grösse dieser a priori Gewichte bestimmt die Stärke des Ionosphäreneinflusses: Sehr grosse Gewichte führen zu einer L_1/L_2-Lösung. Der Ionosphäreneinfluss ist gross, das Messrauschen klein und die Mehrdeutigkeiten ganzzahlig. Bei sehr kleinen Gewichten erhält man eine L_3-Lösung. Der Ionosphäreneinfluss ist klein, das Messrauschen erhöht und die Mehrdeutigkeiten sind nicht mehr ganzzahlig.

Der Übergangsbereich liegt bei einem a priori Sigma der SIP von etwa 5 mm, wie man der Abbildung 1 entnehmen kann.

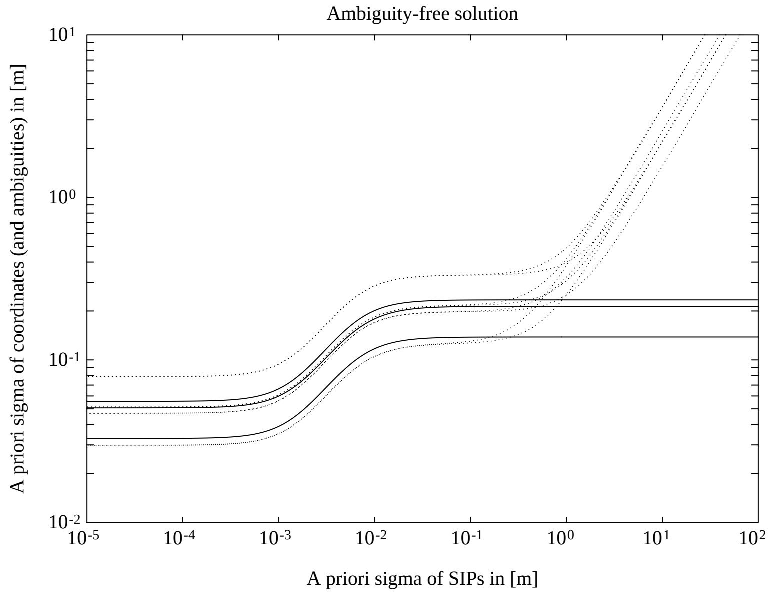

Abbildung 1: Formale Genauigkeit der Koordinaten (ausgezogen) und der Ambiguities (punktiert) in Funktion der a priori Sigma der SIPs bei der freien Lösung.

3 Troposphäre: Modellierung und Schätzung

3.1 Einfluss der Troposphäre auf die Koordinatenbestimmung

Da die troposphärische Refraktion sicher bei der Bestimmung von Stationshöhen durch GPS die wichtigste Fehlerquelle ist, wollen wir den Einfluss von Fehlern in der troposphärischen Refraktion auf die zu bestimmenden Empfängerkoordinaten betrachten.
Dabei kann man zwischen zwei Einflüsse unterscheiden:

- Relative Troposphärenfehler: Fehler in der Troposphärenkorrektur einer Station gegenüber der zweiten Station einer Basislinie.
- Absolute Troposphärenfehler: Ein gemeinsamer, gleicher Fehler auf beiden Stationen einer Basislinie.

Diese beiden Fehlerquellen werden in [Beutler et al., 1987] ausführlich behandelt. Für eine isotrope Satellitenverteilung gilt, dass relative Troposphärenfehler fast ausschliesslich die Stationshöhe beeinflussen, nicht aber die Lage. Formelmässig gilt die Abschätzung:

$$\Delta h = \frac{\Delta\rho^0_{trop,r}}{cos(z_{max})} \tag{11}$$

wobei

Δh	Resultierender Fehler in der Stationshöhe
$\Delta\rho^0_{trop,r}$	Relativer Fehler in der Troposphärenkorrektur in Richtung Zenit
z_{max}	Maximaler Zenitwinkel der verwendeten Beobachtungen.

Das bedeutet, dass ein Fehler von 1 cm in der relativen Troposphärenzenitkorrektur bei einer maximalen Zenitdistanz von 70^o zu einem Fehler von etwa 3 cm in der Stationshöhe führt !
Ein absoluter Troposphärenfehler dagegen bewirkt eine falsche Skalierung der Basislinie. Gemäss [Beutler et al., 1987] gilt dafür die Abschätzung:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta \rho^0_{trop,a}}{R_e \cdot cos(z_{max})} \tag{12}$$

mit

$l,\ \Delta l$	Basislinienlänge und resultierender Fehler in der Basislinienlänge
$\Delta \rho^0_{trop,a}$	Absoluter Fehler in der Troposphärenkorrektur in Richtung Zenit
R_e	Erdradius .

Ein Fehler in der absoluten Troposphärenzenitkorrektur von 10 cm bewirkt somit eine Skalierung der Basislinie um etwa 0.05 ppm. Obschon dieser Effekt nicht sehr gross ist, sollte er bei längeren Basislinien ($>$ 50 km) beachtet werden.
Um die oben erwähnten Einflüsse zu reduzieren gibt es zwei entgegengesetzte Methoden:

- Modellieren der troposphärischen Refraktion ohne GPS-Beobachtungen zu verwenden (z.B. mit meteorologischen Messungen).
- Verwenden der GPS-Messungen, um Troposphärenparameter zu bestimmen.

Auf diese zwei Möglichkeiten wollen wir in den nächsten zwei Abschnitten näher eingehen.

3.2 Modellierung der Troposphäre

Die GPS-Signale werden in der Troposphäre, genauer der neutralen Atmosphäre, verzögert gemäss dem Brechungsindex entlang des Weges. Der Brechungsindex ist dabei vorwiegend abhängig vom Druck der trockenen Luft, dem Druck des Wasserdampfes (relative Feuchtigkeit) und der Temperatur. Die Verzögerung ist im Bereich der GPS-Frequenzen frequenzunabhängig. Die Gesamtverzögerung beträgt ca. 2.3 m (eigentlich 8 nsec) und wird gewöhnlich in einen trockenen und feuchten Anteil zerlegt:

$$\Delta \rho_{trop}(z) = f_{dry}(z) \cdot \Delta \rho^0_{dry} + f_{wet}(z) \cdot \Delta \rho^0_{wet} \tag{13}$$

mit

$f_{dry}(z),\ f_{wet}(z)$	„Mapping"-Funktionen
$\Delta \rho^0_{dry},\ \Delta \rho^0_{wet}$	Trockener und feuchter Anteil der Troposphärenzenitkorrektur
z	Zenitwinkel .

Der trockene Anteil macht ungefähr 90 % des Gesamteffektes aus. Er ist vorwiegend bestimmt durch den Druck der trockenen Luft und daher einfach modellierbar. Die zeitliche Änderung ist relativ langsam (1 cm in 6 Stunden).

Der feuchte Anteil ist zwar vom Betrage her kleiner (maximal etwa 40 cm), aber schnell veränderlich (örtlich und zeitlich) und auch schlecht modellierbar wegen der unbekannten Verteilung von Wasserdampf und Wasser.

T	P	H	$\left\lvert\frac{\partial\Delta\rho}{\partial T}\right\rvert$	$\left\lvert\frac{\partial\Delta\rho}{\partial P}\right\rvert$	$\left\lvert\frac{\partial\Delta\rho}{\partial H}\right\rvert$
C^o	mbar	%	mm/C^o	mm/mbar	mm/1%
0^o	1000	100	5	2	0.6
30^o	1000	100	27	2	4
0^o	1000	50	3	2	0.6
30^o	1000	50	14	2	4

Tabelle 2: Abhängigkeit der Troposphärenzenitkorrektur von Temperatur (T), Druck (P) und relativer Feuchtigkeit (H).

Eine detailliertere Beschreibung der troposphärischen Refraktion findet man beispielsweise in [Tralli et al., 1988]. Gängige Modelle stammen von [Saastamoinen, 1972], [Chao, 1973], [Hopfield, 1977], [Lanyi, 1984], [Davis, 1985] und sollen hier nicht näher erläutert werden. Die Modelle gehen gewöhnlich von Werten aus für den Druck, die Temperatur und die relative Feuchtigkeit. Um solche Werte zu erhalten, bestehen zwei Möglichkeiten: durch Extrapolation von angenommenen Werten auf Meereshöhe auf Werte in der Höhe der Station (Standardatmosphäre, einfach berechenbar) oder durch Messung meteorologischer Daten an der Station (aufwendig).
Beide Varianten haben ihre Probleme. Die Standardatmosphäre entspricht normalerweise nicht den wirklichen Verhältnissen (tägliche, jahreszeitliche Variationen) und die Bodenmessungen sind meist zu wenig genau oder die Messgeräte nicht gut geeicht. Wie genau diese Bodenmessungen sein müssen kann man der Tabelle 2 entnehmen. So muss man beispielsweise mit einem Troposphärenzenitfehler von 2.7 cm, also nach Gleichung (11) mit einem Fehler in der Stationshöhe von ca. 8.4 cm rechnen, falls die Temperatur um ein Grad falsch gemessen wurde (bei Bedingungen von 100 % relativer Feuchtigkeit und einer Temperatur von ungefähr 30 Grad Celsius). Oft sind zudem die am Boden gemessenen Werte nicht repräsentativ für die darüberliegende Atmosphäre.
Das Verwenden von Wasserdampfradiometer-Messungen als weitere Möglichkeit kommt selten in Betracht wegen der hohen Kosten.
Auf Grund dieser Probleme wird heute fast ausschliesslich die Alternative, das Bestimmen der troposphärischen Refraktion aus den GPS-Daten, angewandt.

3.3 Das Schätzen von Troposphärenparametern

Beim Bestimmen von Troposphärenzenitkorrekturen mit Hilfe der GPS-Beobachtungen wird gewöhnlich der Haupteffekt von ca. 2.3 m a priori durch ein Modell (z.B. Saastamoinen) berücksichtigt. Für die Parametrisierung der verbleibenden Korrektur werden im Wesentlichen zwei Strategien benutzt:

- Bestimmung einer Zenittroposphärenkorrektur pro Station und Zeitintervall (z.B. ein Parameter für 4 Stunden) [Rothacher, 1992].
- Die Zenitkorrekturen werden als stochastische Parameter (z.B. als Randomwalk- oder Gauss-Markov-Prozess mit einem Kalmanfilter) geschätzt.

Beide Methoden liefern vergleichbare Resultate, insbesondere wenn die Korrekturen im ersten Fall mit hoher zeitlicher Auflösung bestimmt werden. Für kleine Netze mit grossen Höhenunterschieden bewährte sich auch die Parametrisierung des Refraktionsindexes in Funktion der Stationshöhe als Polynom niedrigen Grades [Rothacher et al., 1990].
Zu beachten ist, dass bei kleinen Netzen (< 100 km) Troposphärenparameter nur relativ zur a priori Troposphärenkorrektur einer Referenzstation bestimmt werden sollten, da beide Stationen die Satelliten unter nahezu gleichen Zenitwinkeln sehen und daher eine starke Korrelation der Troposphärenkorrekturen der beiden Stationen entstünde. Da auch die Stationshöhen mit den Zenitkorrekturen korreliert sind, dürfte das Schätzen von Zenitkorrekturen bei kurzen Beobachtungszeiten (< 30 Minuten) schwierig sein.
Die formalen Fehler der geschätzten Zenitkorrekturen liegen für 24-Stunden-Sessionen unterhalb eines Millimeters. Vergleiche mit Wasserdampfradiometer-Messungen zeigen, dass die Genauigkeit etwa 3-4 mm beträgt. Bereits sind Bemühungen im Gange GPS zu benutzen, um den für Meteorologen wichtigen Wasserdampfgehalt der Atmosphäre zu bestimmen.

4 Ionosphäre: Modellierung und Schätzung

4.1 Einfluss der Ionosphäre auf die Koordinatenbestimmung

Das Hauptproblem bei der Verarbeitung der Originalphasenmessungen L_1 und L_2 sowie bei der Wide-lane L_5 ist sicher die Modellierung der ionosphärische Refraktion. Es ist auch klar, dass der Einfluss der Ionosphäre immer stärker wird, je längere Basislinien verarbeitet werden, da sich die Laufzeitverzögerung durch Differenzbildung immer weniger gut reduzieren lässt. Nicht-Berücksichtigung der ionosphärischen Refraktion bewirkt in erster Linie eine scheinbare Verkürzung der Basislinienlänge ([Beutler et al., 1987]). Bei Verwendung einer maximalen Zenitdistanz von 70^o beträgt diese Verkürzung für eine L_1-Lösung beispielsweise

$$\frac{\Delta l}{l} = -0.08 \cdot E \quad \text{ppm}\,. \tag{14}$$

Dabei ist E der totale Elektronengehalt der Ionosphäre in sogenannten TECU (total electron content units), d.h. 10^{16} freien Elektronen/m^2 einzusetzen. Für eine Kampagne von 1989 in der Schweiz betrug der totale Elektronengehalt ungefähr 50 TECU. Das führte in dem kleinen Netz von 4 mal 4 km zu einer Verkürzung um etwa 4 ppm oder 1.6 cm. Bei Basislinien von 20 km Länge ergeben sich unter gleichen Bedingungen bereits Fehler in der Grössenordnung von 8 cm.

4.2 Modellierung der Ionosphäre

Die freien Elektronen in der Ionosphäre bewirken eine Verzögerung der GPS-Signale. Die Anzahl freier Elektronen in der Ionosphäre ist abhängig von der Stärke der Sonnenstrahlung und des Sonnenwindes. Zu beachten sind dabei insbesondere die tageszeitlichen Variationen (Maximum ungefähr 2 Stunden nach dem lokalen Mittag) und der 11-jährige Sonnenfleckenzyklus (nächstes Minimum ca. 1996). Die Verzögerung kann beschrieben werden durch:

$$\Delta\rho_{ion}(z') = -a \cdot \frac{E}{f_i^2} \cdot \frac{1}{cos(z')} \tag{15}$$

wobei

E Totaler Elektronengehalt in TECU (10^{16} freie Elektronen/m^2)

z' Zenitdistanz in der Höhe der Ionosphäre (ca. 350 km)

a Konstante vom Betrag $41 \cdot 10^{16}\,\mathrm{ms}^{-2}\mathrm{TECU}^{-1}$.

Die Verzögerung ist *frequenzabhängig* und beträgt zwischen 0.1 - 15 m (0.3 - 50 nsec) für undifferenzierte Beobachtungen. Für die Code-Beobachtungen gilt in Gleichung (15) das umgekehrte Vorzeichen für die Ionosphärenkorrektur (siehe auch Gleichungen (1) und (2)).
Natürlich kann die ionosphärische Refraktion in vielen Fällen durch Bilden der ionosphärenfreien Linearkombination L_3 eliminiert werden. Diese Methode hat jedoch drei Nachteile: das Rauschen ist gegenüber L_1 um einen Faktor 3 erhöht (siehe Tabelle 1), die Antennenphasenzentervariationen machen sich in L_3 stärker bemerkbar als in L_1 oder L_2 und die Mehrdeutigkeiten sind nicht mehr ganzzahlig. Daher führt für das Lösen der Mehrdeutigkeiten kein Weg an L_1, L_2 oder L_5 vorbei, ausser man verfügt über genaue Code-Messungen auf beiden Frequenzen (was unter Anti-Spoofing-Bedingungen schwierig ist), so dass die Melbourne-Wübbena Linearkombination W_5 zum Zuge kommen könnte.
Zur Zeit stehen nur sehr mangelhafte Ionosphärenmodelle zur Verfügung um die ionosphärische Refraktion korrigieren zu können. Die von GPS unabhängigen globalen Modelle sind für lokale GPS-Anwendungen zu ungenau und auch die Ionosphärenparameter, die von den GPS-Satelliten in den sogenannten „Broadcast Messages“ ausgesendet werden erlauben allenfalls eine grobe Korrektur beim absoluten Positionieren mit Hilfe von Code-Beobachtungen.
Somit bleibt wiederum das Schätzen von Parametern mit Hilfe der GPS-Daten als Ausweg.

4.3 Das Schätzen von Ionosphärenparametern

Wir können zwischen zwei Arten von Ionosphärenparameter unterscheiden: den *deterministischen* und den *stochastischen Parametern*. Eine Methode zur Schätzung von stochastischen Ionosphärenparametern mit GPS wurde schon am Schluss von Kapitel 2 erläutert. Beim Schätzen von deterministischen Ionosphärenparametern mit GPS kommt gewöhnlich das *Single Layer Model* zur Anwendung. Es beruht auf der Annahme, dass alle freien Elektronen in einer infinitesimalen Schicht in einer Höhe von ungefähr 350 km konzentriert sind. Die Elektronendichte E in dieser Schicht kann sodann parametrisiert werden durch die Koeffizienten einer zweidimensionalen Taylor-Entwicklung [Wild, 1994]:

$$E(\varphi, s) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} E_{ij} \cdot (\varphi - \varphi_0)^i \cdot (s - s_0)^j \qquad (16)$$

wobei

E_{ij} Zu bestimmende Koeffizienten der Taylor-Entwicklung

φ, s Geographische Breite resp. Stundenwinkel des Schnittpunktes der Verbindungslinie Station–Satellit mit der Schicht

φ_0, s_0 Geographische Breite resp. Stundenwinkel des Entwicklungspunktes.

Eine Parametrisierung durch die Koeffizienten der Kugelfunktionen ist eine weitere Möglichkeit [Schaer, 1994]:

$$E(\varphi, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} P_n^m \left(\cos\left(\varphi - \varphi_0\right)\right) \left(a_{nm} \cos m \left(\lambda - \lambda_0\right) + b_{nm} \sin m \left(\lambda - \lambda_0\right)\right) \qquad (17)$$

wobei

$P_n^m(\cos(\varphi - \varphi_0))$	Zugeordnete Legendresche Funktionen (Grad n, Ordung m),
a_{nm}, b_{nm}	Zu bestimmende Koeffizienten der Kugelfunktionen,
φ, λ	Geographische Breite und Länge des Schnittpunktes der Verbindungslinie Station–Satellit mit der Schicht
φ_0, λ_0	Geographische Breite und Länge der Sonne.

Die Parameter dieser Modelle werden mit Hilfe der L_4-Linearkombination (siehe Gleichung (9)) ermittelt.
Als Beispiel stellt die Abbildung 2 das mit der 600 km Basislinie Wettzell-Kootwijk geschätzte deterministische Ionosphärenmodell (Kugelfunktionen) dar.

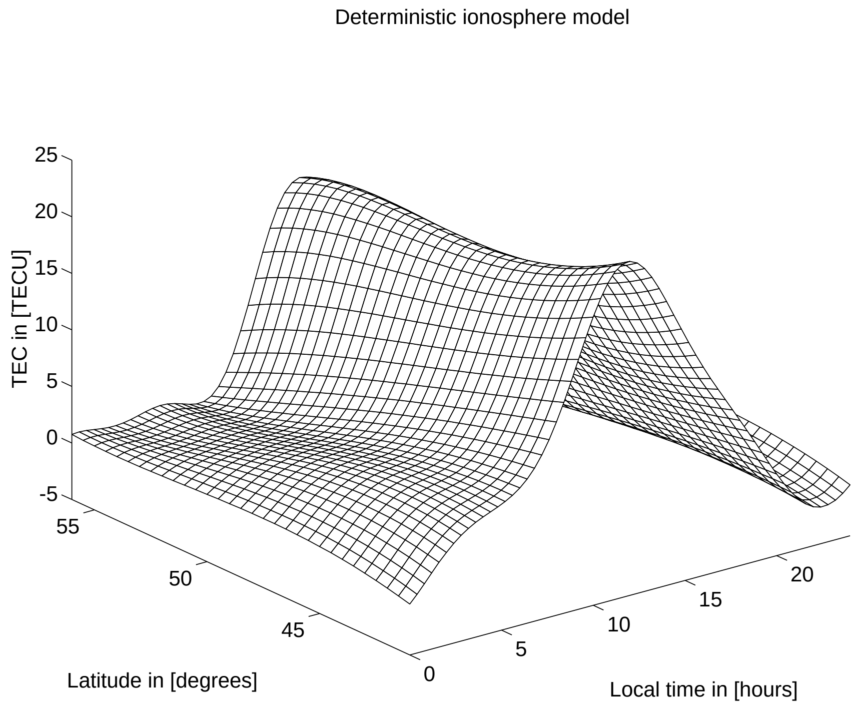

Abbildung 2: Beispiel eines deterministischen Ionosphärenmodells (24-Stunden-Modell).

Solche Ionosphärenmodelle können dann verwendet werden, um in kleinen Netzen den Skalenfaktor in einer L_1- oder L_2-Lösung zu reduzieren (siehe Beispiele in Tabelle 3) und um die Phasenmehrdeutigkeiten mit erhöhter Sicherheit auch über grössere Distanzen zu lösen.

5 Bestimmung der Phasenmehrdeutigkeiten

Die Motivation die Phasenmehrdeutigkeiten aufzulösen dadurch gegeben, dass man sich einen bedeutenden Genauigkeitsgewinn verspricht. Es ist ja auch klar, dass Phasenmessungen mit gelösten Mehrdeutigkeiten Codemessungen mit einem Rauschen von 1-2 Millimetern entsprechen (siehe Gleichungen (1) und (2)). Bei kurzen Beobachtungszeiten (einige Minuten bis 1 Stunde) ist der Genauigkeitsgewinn beträchtlich. Verbesserungen in den Stationskoordinaten

Kampagne	Jahr	Skalenfaktor ohne Ionos.Modell	Skalenfaktor mit Ionos.Modell
Greenland	1987	-0.914 ± 0.256 ppm	0.002 ± 0.218 ppm
Hawaii	1988	-2.417 ± 0.084 ppm	-0.121 ± 0.082 ppm
Turtmann	1989	-3.590 ± 0.710 ppm	-1.160 ± 0.710 ppm
Turtmann	1992	-2.135 ± 0.498 ppm	-0.672 ± 0.389 ppm

Tabelle 3: Reduktion der Skalierung durch Verwendung lokaler Ionosphärenmodelle.

um einen Faktor 100 oder mehr sind dabei keine Seltenheit. Für lange Beobachtungszeiten ($>$ 12 Stunden) ist der Genauigkeitsgewinn jedoch nur noch klein: die grösste Verbesserung erzielt man typischerweise in der Ost-West-Komponente der Koordinaten (immerhin einen Faktor 2), während die andern zwei Komponenten meist nur um wenige Prozent besser werden.
Entsprechend den unterschiedlichen Beobachtungszeiten und Basislinienlängen werden auch unterschiedliche Strategien zum Lösen der Mehrdeutigkeiten verwendet. Bei kurzen Beobachtungszeiten (und kurzen Basislinien) müssen Suchalgorithmen verwendet werden, da die formalen Fehler der Mehrdeutigkeiten keine eindeutige Festlegung ermöglichen. Als Beispiel einer Suchstrategie werden wir das Prinzip des FARA (*Fast Ambiguity Resolution Approach*) erläutern.
Bei langen Basislinien ($>$ 20 km) und langen Sessionen ($>$ 2 Stunden) wird meist in zwei Schritten vorgegangen:

- Lösen der L_5-Ambiguities (Wide-lane).
- Lösen der L_1-Ambiguities (Narrow-lane) unter Verwendung der nun bekannten L_5-Ambiguities (Gleichung (7)).

Dabei werden die Mehrdeutigkeiten in beiden Schritten meist iterativ gelöst, d.h. man versucht zuerst die am besten bestimmten Mehrdeutigkeiten (kleinster mittlerer Fehler) zu lösen. Sobald eine vorgegebene Zahl von Mehrdeutigkeiten gelöst wurde, wird das Normalgleichungssystem neu invertiert unter Berücksichtigung der bereits gelösten Mehrdeutigkeiten. Dabei ändern sich die Werte und mittleren Fehler der verbleibenden Mehrdeutigkeiten und man versucht, die nächstbesten zu fixieren. Die erst kürzlich entwickelte Lösungsmethode QIF (*Quasi-Ionosphere-Free*) wird hier als Beispiel herangezogen.

5.1 FARA: „Fast Ambiguity Resolution Approach“

Als Resultat einer ambiguity-freien Lösung (unter Verwendung der L_1- und L_2-Phasenbeobachtungen), wo die Ambiguity-Parameter als *reelle* Zahlen geschätzt werden, erhalten wir für alle Ambiguity-Parameter Konfidenzintervalle der Art

$$N_i - \zeta_{t(1-\alpha/2,f)} \cdot m_{N_i} \leq N_i^* \leq N_i + \zeta_{t(1-\alpha/2,f)} \cdot m_{N_i} \qquad \text{mit} \quad i = 1,2 \tag{18}$$

wobei

N_i, m_{N_i} — Geschätzter Wert und dessen mittlerer Fehler a posteriori

N_i^* — *Wahrer* Wert

$\zeta_{t(1-\alpha/2,f)}$ Faktor der t-Verteilung (Student-Verteilung)

α, f Signifikanzniveau und Freiheitsgrad.

Das Testen aller möglichen Kombinationen von Ambiguity-Werten ist jedoch gewöhnlich nicht möglich. Bei 6 Satelliten und 10 möglichen Werten pro Ambiguity ergeben sich bereits $10^{2\cdot(6-1)} = 10^{10}$ Kombinationen.
Zu Hilfe kommt uns jedoch die Tatsache — und sie bildet das eigentliche Rückgrat der FARA-Methode —, dass die geometrie-freie Linearkombination L_4 der L_1- und L_2-Ambiguities extrem genau bekannt ist. Dadurch lässt sich der Ambiguity-Suchraum drastisch reduzieren. Im obigen Beispiel müssen nur noch ungefähr 10^5 Ambiguity-Kombinationen getestet werden, was einer Halbierung der Dimension entspricht. Zusätzlich werden auch noch alle Wide-lane Ambiguities überprüft, um die Zahl der möglichen Ambiguity-Vektoren weiter zu verkleinern.
Um aus den wenigen noch verbleibenden Ambiguity-Vektoren den „richtigen“ Ambiguity-Vektor zu erhalten, werden zwei statistische Tests durchgeführt: Der Ambiguity-Vektor mit der kleinsten a posteriori Varianz m_0^2 der Gewichtseinheit gilt als der richtige, falls

- er sich statistisch signifikant vom Ambiguity-Vektor mit der *zweitkleinsten* Varianz abhebt und
- der Wert m_0^2 nicht signifikant grösser ist als die a posteriori Varianz der Gewichtseinheit der *ambiguity-freien* Lösung.

Die Grenze für die Anwendung von FARA wird durch die Stärke der ionosphärische Refraktion bestimmt. Der Anwendungsbereich lässt sich allerdings durch das Schätzen von stochastischen Ionosphärenparametern auch zu längeren Basislinien als 20 km erweitern. Eine ausführliche Beschreibung von FARA findet man in [Frei, 1991], weitergehende Untersuchungen mit stochastischen Ionosphärenparametern in [Schaer, 1994].

5.2 QIF: „Quasi Ionosphere-Free Ambiguity Resolution“

Falls wir über genaue P-Code-Messungen auf beiden Frequenzen verfügen, so ist es vergleichsweise einfach, die L_5-Ambiguities mit der Melbourne-Wübbena-Linearkombination (Gleichung (10)) zu fixieren. Diese Linearkombination der Code- und Phasenmessungen ist unabhängig von Geometrie (Stationskoordinaten, Bahnen, Troposphäre, Uhren) und der ionosphärischen Refraktion. Anschliessend werden in einem zweiten Schritt die Narrow-lane Ambiguities gelöst (Gleichung (7)). Zwingend müssen dabei hochgenaue Satellitenbahnen (IGS-Bahnen) verwendet werden. Das Fixieren der Narrow-lane Ambiguities gelingt dann bis zu einer Basislinienlänge von rund 2000 km.
Unter AS (Anti-Spoofing) liefern die meisten Empfänger keine präzisen Code-Messungen mehr und das Lösen der L_5-Ambiguities ist mit der oben erwähnten Methode nicht mehr möglich. Deshalb wurde eine neue Lösungsstrategie (*Quasi-Ionosphere-Free (QIF) Ambiguity Resolution Strategy*) entwickelt, die es erlaubt — basierend auf der Schätzung von stochastischen Ionosphärenparameter — die L_1- und L_2-Ambiguities mit einer reinen Phasenauswertung auch für relativ lange Basislinien ($<$ 1000 km) zu bestimmen. Eine detailliertere Beschreibung als hier gegegben werden kann, findet man in [Mervart, 1994] und [Schaer, 1994].
Bei Verwendung der QIF-Strategie werden die L_1- und L_2-Phasenmessungen gemeinsam in die Ausgleichung eingeführt. Um den Einfluss der Ionosphäre zu reduzieren und trotzdem die Ganzzahligkeit der L_1- und L_2-Ambiguities zu erhalten, werden zugleich stochastische Ionosphärenparameter aufgesetzt, so wie es am Ende des 2. Kapitels beschrieben wurde. Als Resultat erhält

man eine Lösung, die mit einer L_3-Lösung fast identisch ist. Sehr wichtig ist dabei die Tatsache, dass in dieser Lösung (wenigstens für Sessionen von mehr als etwa 2 Stunden) die reellwertigen „L_3-Ambiguities“ $B_3 = \kappa_{31} \cdot \lambda_1 \cdot N_1 + \kappa_{32} \cdot \lambda_2 \cdot N_2$ — ähnlich wie die L_4-Linearkombinationen bei der FARA-Methode — sehr genau bestimmt sind.
Man sucht daher im (N_1,N_2)-Ambiguity-Raum (siehe Abbildung 3) nach Ambiguity-Paaren $\left(\widetilde{N}_{1i}, \widetilde{N}_{2i}\right)$, deren L_3-Ambiguity $\widetilde{B}_{3i} = \kappa_{31} \cdot \lambda_1 \cdot \widetilde{N}_{1i} + \kappa_{32} \cdot \lambda_2 \cdot \widetilde{N}_{2i}$ nicht signifikant von der reellwertigen Ambiguity B_3 abweicht.
Wenn keine Annahmen bezüglich der Ionosphäre gemacht werden, gibt es natürlich unendlich viele Paare $\left(\widetilde{N}_{1i}, \widetilde{N}_{2i}\right)$, die diese Bedingung erfüllen. Die *eindeutige* Bestimmung der Ambiguities wird jedoch möglich , weil sich die differentielle, ionosphärische Refraktion in Wirklichkeit in „engen“ Grenzen hält. Deshalb muss das „schmale“ L_3-Band nur über einen begrenzten Bereich abgesucht werden (in Abbildung 3 als gestricheltes Rhomboid gezeichnet).

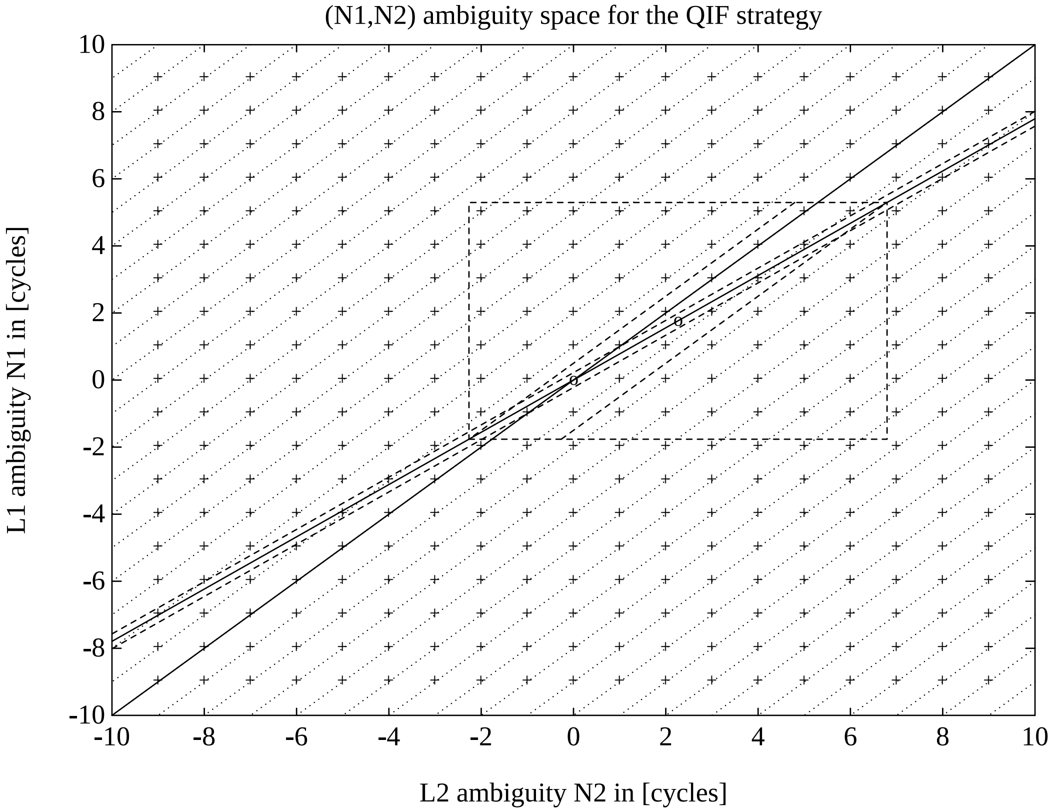

Abbildung 3: (N_1,N_2)-Ambiguity-Raum für die QIF-Strategie. Punktiert: Linien konstanter Wide-lane Ambiguities; ausgezogen: Gerade der wahren Wide-lane Ambiguity und der wahren L_3-Ambiguity mit dem „schmalen“ Band.

Kritisch wird das Lösen der Ambiguities mit der QIF-Strategie, wenn die differentielle, ionosphärische Refraktion ungefähr die Grösse einer Wide-lane Wellenlänge (86 cm) erreicht. Die Ambiguity-Kombinationen $\left(\widetilde{N}_1, \widetilde{N}_2\right) = (\pm 7, \pm 9)$ könnten dann, da sie sehr nahe (ca. 6.3 mm) am L_3-Band liegen, als Kandidaten für das richtige Ambiguity-Paar in Frage kommen.

6 Ausblick

Durch die Vervollständigung der GPS-Satellitenkonstellation ist es möglich geworden, die troposphärische und ionosphärische Refraktion vermehrt durch das Schätzen von entsprechenden Parametern direkt aus den GPS-Messungen zu bestimmen. Dadurch wird eine Unabhängigkeit von anderen Datenquellen für die Modellierung dieser Effekte erreicht, wie sie vor wenigen Jahren noch undenkbar gewesen wäre. Bereits ist das Interesse der Atmosphärenphysiker und Meteorologen an mit Hilfe von GPS bestimmten Atmosphärenmodellen wach geworden, so dass in Zukunft die troposphärische und ionosphärische Refraktion nicht mehr nur als ein Störfaktor, sondern vermehrt als Signal gesehen werden kann.
An Hand zweier Beispiele wurde veranschaulicht, dass das vielschichtige Problem des Lösens der Phasenmehrdeutigkeiten nur mit unterschiedlichsten Algorithmen, die den jeweiligen Bedingungen Rechnung tragen, gelöst werden kann. Strategien zum Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten werden daher auch in Zukunft weiterentwickelt werden, schon nur auf Grund der Tatsache, dass einerseits zu immer kürzeren Beobachtungszeiten (Grenzfall: kinematische Auswertung) und andererseits zu immer längeren Basislinien (Grenzfall: globales IGS-Netz) vorgedrungen wird.

Literaturverzeichnis

Beutler, G., I. Bauersima, W. Gurtner, M. Rothacher, T. Schildknecht, A. Geiger (1987): Atmospheric Refraction and Other Important Biases in GPS Carrier Phase Observations. *Monograph 12, School of Surveying, University of New South Wales, Australia.*

Beutler, G., I. I. Mueller, R. Neilan (1994): The International GPS Service for Geodynamics (IGS): Development and Start of Official Service on 1 January 1994. *Bulletin Géodésique, Vol. 68, No. 1, 1994, pp. 43–51.*

Chao, C. C. (1973): A new Method to Predict Wet Zenith Range Corrections From Surface Measurements. *Technical Report California Institute of Technology, Jet Propulsion Laboratory, 32–1256, XIV, pp. 33–41.*

Davis, J. L., T. A. Herring, I. I. Shapiro, A. E. E. Rogers, G. Elgered (1985): Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modeling Errors on Estimated Baseline Length. *Radio Sciences, Vol. 20, No. 6, pp. 1593–1607.*

Frei, E. (1991): Rapid Differential Positioning with the Global Positioning System (GPS). *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Band 44.*

Hopfield, H. S. (1977): Troposphere Correction of Electromagnetic Ranging Signals to a Satellite: A Study of Parameters. *Paper presented at the Symposium on Electromagnetic Distance Measurements and the Influence of Atmospheric Refraction, International Association of Geodesy, Wageningen, The Netherlands, 23–28 May.*

Lanyi, G. E. (1984): Tropospheric Effects in Radio Interferometry. *TDA Progress Report 42–78, Jet Propulsion Laboratory, California, pp. 152–159.*

Melbourne, W. G. (1985): The Case for Ranging in GPS Based Geodetic Systems. *Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, Maryland, pp. 373–386.*

Mervart, L. (1994): Ambiguity Resolution Techniques in Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System. *Ph. D. Thesis, Astronomical Institute, University of Berne (in preparation).*

Rothacher, M., G. Beutler, W. Gurtner, U. Wild, D. Schneider, A. Wiget, A. Geiger, H.-G. Kahle (1990): The Role of the Atmosphere in Small GPS Networks. *Proceedings of the Second International Symposium on Precise Positioning with the GPS, Ottawa, Canada, September 3–7, The Canadian Institute of Surveying and Mapping, pp. 581-598.*

Rothacher, M. (1992): Orbits of Satellite Systems in Space Geodesy. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Band 46.*

Saastamoinen, J. (1972): Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging of Satellites. *The Use of Artificial Satellites for Geodesy, Geophysical Monograph Series, Vol. 15, American Geophysical Union, Washington, D.C., pp. 247–251.*

Schaer, S. (1994): Stochastische Ionosphärenmodellierung beim „Rapid Static Positioning“ mit GPS. *Lizentiatsarbeit, Druckerei der Universität Bern.*

Tralli, D. M., T. H. Dixon, S. A. Stephens (1994): Effect of Wet Tropospheric Path Delays on Estimation of Geodetic Baselines in the Gulf of California Using the Global Positioning System. *Journal of Geophysical Research, Vol. 93, No. B6, pp. 6545–6557.*

Wild, U. (1994): Ionosphere and Geodetic Satellite Systems: Permanent GPS Tracking Data for Modelling and Monitoring. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Band 48.*

Wübbena, G. (1985): Software Developments for Geodetic Positioning with GPS Using TI-4100 Code and Carrier Measurements. *Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, Maryland, pp. 373–386.*